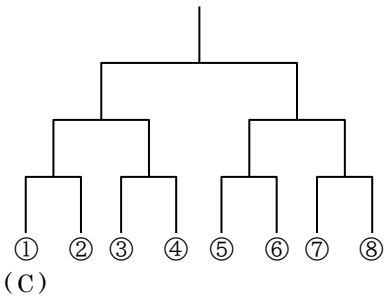
# 令和6年度特色検査　問6　解説

(ｱ)　まず，右の図１において，C チームの位置が①であるときのトーナメント戦の場合の数が全部で何通りあるかを考える。

②にあてはまるのは C を除いた 7 チーム，③にあてはまるのは C と②にあてはめたチームを除いた 6 チーム，④にあてはまるのは C と②，③にあてはめたチームを除いた 5 チーム，…，と考えていくと，全部で $7\times6\times5\times4\times3\times2\times1$ 通りである。

図１




次に，C チームが 3 位になる場合について考える。

C チームの 1 試合目と 2 試合目の対戦相手についてまとめると，下の 3 つのパターンが考えられる。

| | 1 試合目の対戦相手 | 2 試合目の対戦相手 | 順位 |
|---|---|---|---|
| パターンⅠ | A, B | なし | － |
| パターンⅡ | D, E, F, G, H | A, B | 3 位 |
| パターンⅢ | D, E, F, G, H | D, E, F, G, H | 2 位 |

C チームが 3 位になるためには，1 試合目に勝ち，2 試合目に負ければ良い。これは，上の表のパターンⅡの場合である。パターンⅡのときの③と④にあてはまるチームと，そのときの場合の数が何通りあるかを考えると，下の表のようになる。

| ③ | ④ | 場合の数(通り) |
|---|---|---|
| A | D, E, F, G, H | $5\times1\times4\times4\times3\times2\times1$ |
| D, E, F, G, H | A | $5\times4\times1\times4\times3\times2\times1$ |
| B | D, E, F, G, H | $5\times1\times4\times4\times3\times2\times1$ |
| D, E, F, G, H | B | $5\times4\times1\times4\times3\times2\times1$ |
| A | B | $5\times1\times1\times4\times3\times2\times1$ |
| B | A | $5\times1\times1\times4\times3\times2\times1$ |

②…D, E, F, G, H の **5** 通り
③…A の **1** 通り
④…D, E, F, G, H のうち，②にあてはめた 1 チームを除いた **4** 通り
⑤…残りの 4 チームだから **4** 通り
⑥…残りの 3 チームだから **3** 通り
⑦…残りの 2 チームだから **2** 通り
⑧…残りの 1 チームだから **1** 通り

上の表の場合の数は，全部で，$4\times3\times2\times1\times(20+20+20+20+5+5)=4\times3\times2\times1\times90$(通り)

よって，このときの確率は，$\dfrac{4\times3\times2\times1\times90}{7\times6\times5\times4\times3\times2\times1}=\dfrac{90}{7\times6\times5}=\dfrac{3}{7}$

この確率は，図１において，C チームの位置が①であるときの場合であるが，ここではトーナメントの組み合わせを考えているので，試合の順番を考慮する必要はない(例えば，図２と図３は同じ組み合わせである)。

したがって，C チームの位置が①以外であっても，確率は同じである。よって，求める確率は，$\dfrac{3}{7}$

図２

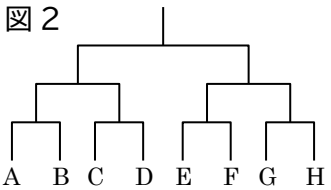
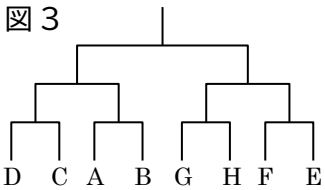



図３



別解 1

C チームが 3 位になる確率は，先程の表にある，パターン I とパターンⅢになる確率を求めて，1 から引いても求められる。

(i)　パターン I の場合の数

②にあてはまるのは A か B の 2 通り。③～⑧には残りの 6 チームがあてはまるから，その場合の数は，6×5×4×3×2×1 通り。よって，全部で 2×6×5×4×3×2×1 通り。

(ii)　パターンⅢの場合の数

②，③，④にあてはまるのは D，E，F，G，H のうちの 3 チームだから，5×4×3 通りであり，⑤～⑧には残りの 4 チームがあてはまるから，その場合の数は，4×3×2×1 通り。よって，全部で 5×4×3×4×3×2×1 通り。

よって，(i)と(ii)の合計は，

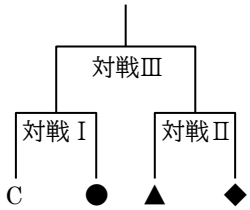
2×6×5×4×3×2×1＋5×4×3×4×3×2×1＝5×4×3×2×(12+12)＝5×4×3×2×24(通り)

したがって，求める確率は，

$$1-\frac{5\times4\times3\times2\times24}{7\times6\times5\times4\times3\times2\times1}=1-\frac{24}{7\times6}=1-\frac{4}{7}=\frac{3}{7}$$

別解 2

右のトーナメントにおいて，対戦 I・対戦Ⅱの，●，▲，◆にあてはまる組み合わせを表にまとめると下のようになる。




| ● | A | B |
|---|---|---|
| 対戦Ⅱの▲と◆ | | |

| ▲◆ | B | D | E | F | G | H |
|---|---|---|---|---|---|---|
| B | | | | | | |
| D | | | | | | |
| E | | | | | | |
| F | | | | | | |
| G | | | | | | |
| H | | | | | | |

| ▲◆ | A | D | E | F | G | H |
|---|---|---|---|---|---|---|
| A | | | | | | |
| D | | | | | | |
| E | | | | | | |
| F | | | | | | |
| G | | | | | | |
| H | | | | | | |

| ● | D | E | F | G | H |
|---|---|---|---|---|---|
| 対戦Ⅱの▲と◆ | | | | | |

| ▲◆ | A | B | E | F | G | H |
|---|---|---|---|---|---|---|
| A | | ☆ | ☆ | ☆ | ☆ | ☆ |
| B | ☆ | | ☆ | ☆ | ☆ | ☆ |
| E | ☆ | ☆ | | | | |
| F | ☆ | ☆ | | | | |
| G | ☆ | ☆ | | | | |
| H | ☆ | ☆ | | | | |

| ▲◆ | A | B | D | F | G | H |
|---|---|---|---|---|---|---|
| A | | ☆ | ☆ | ☆ | ☆ | ☆ |
| B | ☆ | | ☆ | ☆ | ☆ | ☆ |
| D | ☆ | ☆ | | | | |
| F | ☆ | ☆ | | | | |
| G | ☆ | ☆ | | | | |
| H | ☆ | ☆ | | | | |

| ▲◆ | A | B | D | E | G | H |
|---|---|---|---|---|---|---|
| A | | ☆ | ☆ | ☆ | ☆ | ☆ |
| B | ☆ | | ☆ | ☆ | ☆ | ☆ |
| D | ☆ | ☆ | | | | |
| E | ☆ | ☆ | | | | |
| G | ☆ | ☆ | | | | |
| H | ☆ | ☆ | | | | |

| ▲◆ | A | B | D | E | F | H |
|---|---|---|---|---|---|---|
| A | | ☆ | ☆ | ☆ | ☆ | ☆ |
| B | ☆ | | ☆ | ☆ | ☆ | ☆ |
| D | ☆ | ☆ | | | | |
| E | ☆ | ☆ | | | | |
| F | ☆ | ☆ | | | | |
| H | ☆ | ☆ | | | | |

| ▲◆ | A | B | D | E | F | G |
|---|---|---|---|---|---|---|
| A | | ☆ | ☆ | ☆ | ☆ | ☆ |
| B | ☆ | | ☆ | ☆ | ☆ | ☆ |
| D | ☆ | ☆ | | | | |
| E | ☆ | ☆ | | | | |
| F | ☆ | ☆ | | | | |
| G | ☆ | ☆ | | | | |

対戦Ⅱの場合の数はそれぞれ 30 通りずつあるから，全部で 30×7＝210(通り)。

また，C が 3 位になるのは，C が対戦 I で勝ち，対戦Ⅲで負ける場合であるから，その場合の数は表の☆印をつけた 18×5＝90(通り)。

したがって，求める確率は，$\frac{90}{210}=\frac{3}{7}$

(ｲ)(i)　本文の記述をヒントに国を特定していく。

ニカラグア…「今も経済は低迷」ということから Q。

コスタリカ…「今もバナナやパイナップルの栽培は盛ん」ということから P。

パナマ…「中央アメリカの中では経済レベルは高い」ということから R。

以上から，答えは 5。

(ii)　これも本文の記述をヒントに輸出品目を割り出す。

X（コスタリカ）…「果物よりも医療用機器のほうが多く輸出されている」から精密機械。

Z（パナマ）…「最近は鉱山採掘も盛んになって鉱工業が国内産業として拡大」とあるので銅鉱。

以上から，答えは 4。

(ｳ)　アメリカ合衆国の東側には大西洋，西側には太平洋が広がっている。東部から西部への輸送は，陸路であれば大陸横断鉄道を利用できる。しかし，重い製品や大量の製品を低コストで運ぶには，海上輸送のほうが利便性は高い。パナマ運河の建設前は，大西洋を南下し，南アメリカ大陸南端を回って太平洋に出て，さらに北上する，という航路で向かうしかなかった。これは非常に距離が長く，さらに南米大陸南端付近で，マゼラン海峡やドレーク海峡という難所を通過するため，安全面にも問題があった。

パナマ運河が開通したことで，南米大陸南端を回る必要がなくなり，大西洋と太平洋の間の物流を，より短い距離で，より安全に結ぶことが可能になったと言える。

(ｴ)(i)　まず，問題文より，多様度指数 D は，

$$D=1-\left(\frac{n_1^2}{N^2}+\frac{n_2^2}{N^2}+\cdots\cdots+\frac{n_s^2}{N^2}\right)$$ と表される。

$N^2$ は N 個体の中から 1 個体を取り出し，元に戻したあと，再び 1 個体を取り出したときの場合の数を表し，このとき，$n_1^2$ は，取り出した 2 個体が同じ 1 種類目である場合の数を表している。

よって，$\frac{n_1^2}{N^2}$ は，取り出した 2 個体がともに 1 種類目である確率を表している。

同様に，$\frac{n_2^2}{N^2}$，$\frac{n_3^2}{N^2}$，…$\frac{n_s^2}{N^2}$ は，それぞれ取り出した 2 個体が 2 種類目，3 種類目，…，S 種類目である確率となる。これらの和である $\frac{n_1^2}{N^2}+\frac{n_2^2}{N^2}+\cdots\cdots+\frac{n_s^2}{N^2}$ は，取り出した 2 個体が同じ種類となる確率を表している。……$\boxed{あ}$

次に，$n_1=n_2=\cdots\cdots=n_s$ のときの $\frac{n_1^2}{N^2}+\frac{n_2^2}{N^2}+\cdots\cdots+\frac{n_s^2}{N^2}$ を考える。

$$\frac{n_1^2}{N^2}+\frac{n_2^2}{N^2}+\cdots\cdots+\frac{n_s^2}{N^2}=\frac{n_1^2+n_2^2+\cdots\cdots+n_s^2}{N^2}=\frac{Sn_1^2}{N^2}\cdots\cdots①$$

$$N=n_1+n_2+\cdots\cdots+n_s=Sn_1\cdots\cdots②$$

①，②より，

$$\frac{Sn_1^2}{N^2}=\frac{Sn_1^2}{S^2n_1^2}=\frac{1}{S}\cdots\cdots\boxed{い}$$

したがって，正しい答えは 1 となる。

(エ)(ii)　右のように，モデル①～③を表にまとめる。

モデル①　N＝6, S＝3

| 個体の種類 | ○(s＝1) | □(s＝2) | ▲(s＝3) |
|---|---|---|---|
| $n_s$ | 2 | 2 | 2 |

モデル②　N＝9, S＝3

| 個体の種類 | ○(s＝1) | □(s＝2) | ▲(s＝3) |
|---|---|---|---|
| $n_s$ | 3 | 3 | 3 |

モデル③　N＝8, S＝4

| 個体の種類 | ○(s＝1) | □(s＝2) | ▲(s＝3) | ★(s＝4) |
|---|---|---|---|---|
| $n_s$ | 1 | 1 | 1 | 5 |

モデル④　N＝6, S＝3

| 個体の種類 | ○(s＝1) | □(s＝2) | ▲(s＝3) |
|---|---|---|---|
| $n_s$ | 1 | 2 | 3 |

モデル①とモデル②はともに，$n_1=n_2=n_3$ であるから，多様度指数は(i)より $D=1-\frac{1}{S}$ で求めることができる。よって，多様度指数はどちらも，

$$D=1-\frac{1}{S}=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$$

また，モデル③の多様度指数は，

$$D=1-\frac{1^2+1^2+1^2+5^2}{8^2}=1-\frac{28}{64}=\frac{9}{16}$$

以上より，a は正，b は誤である。

次に，c について検討する。

モデル①～③の中で，個体の総数 N と種類数 S がそれぞれ同じモデルはないので，新たに，N＝6, S＝3 であるモデル④を考え，モデル①と比較する。

ここで，モデル④の○の個体数を 1，□の個体数を 2，▲の個体数を 3 とすると，モデル④の多様度指数は，$D=1-\frac{1^2+2^2+3^2}{6^2}=1-\frac{14}{36}=\frac{11}{18}$

一方，モデル①の多様度指数は，$D=\frac{2}{3}$ であるから，二つの生物集団において，個体の総数と種類数がそれぞれ同じであっても，多様性の高さは等しくなるとは限らない。よって，c は誤りである。したがって，答えは 4 となる。

(オ)　**ウェブサイト**

生物実験：オオカナダモの原形質分離

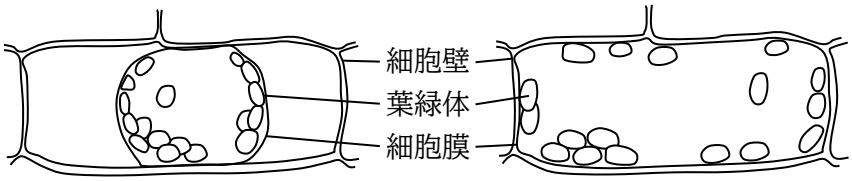


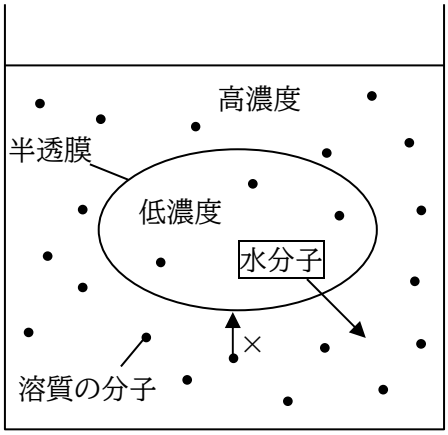

図4　砂糖水をかけたとき　　図5　蒸留水をかけたとき

オオカナダモなどの植物細胞を観察する際，a 高濃度の砂糖水をかけると，細胞質が小さくなり，球状の構造として観察される(図4)。これを原形質分離という。そこへ蒸留水をかけて観察すると，細胞質は大きくなる(図5)。これを原形質復帰という。これらは浸透という現象によって生じる。浸透とは，半透膜(b 溶媒分子は通すが，溶質分子は通さない膜)を c 介して，d 濃度の異なる二つの溶液が接すると，溶媒が濃度の低いほうから高いほうへ移動する現象である。

野菜の長期保存のためにおこなう塩漬けや e 砂糖漬けの際に，野菜の水分が抜けるのも同様の原理である。

まず，下線部 a と e から，細胞質が小さくなるのは，水分子が抜けたためだと読みとれる。

また，網掛け部分の説明から，この水分子が抜ける現象は「浸透」であり，右の図のように低濃度と高濃度の溶液が半透膜を介して接しているとき，水分子が高濃度の溶液の方へ移動することがわかる。




この結果，低濃度の方の溶液は，水分子が抜けたことにより体積が減少すると解釈できるので，図 4 から，細胞膜は半透膜であることがわかる。

次に，細胞壁について考える。細胞壁が水分子も砂糖の分子も通さないと仮定すると，下線部 c，d の「半透膜を介して，2 つの溶液が接する」を満たせない。

また，細胞壁も半透膜であると仮定した場合，細胞壁の内側からも水分子が抜けるので，細胞全体の体積も減少するはずである。しかし，図4と図5から，細胞壁には変化が見られないので，細胞壁は砂糖水を(溶媒も溶質も)通すと考えられる。以上より，正しい答えは 1 と 7